



زیربرنامه **LES\_DSmag\_Main3D**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **توسعه دهندگان:** | **مرتضی نامور** |  |
| **علیرضا رضایی** |  |
| **تهیه کننده مستند:** | **مرتضی نامور، علیرضا رضایی** | |
| **تاریخ تنظیم سند:** | 06/07/1394 | |
| **تایید کنندگان:** |  | |
| **شماره سند:** | **MC5F095F1** | |
| **زبان برنامه نویسی:** | **Fortran 90** | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **LES\_DSmag\_Main(Dim,NC,NF1,NF2,NF,MR,A,IDS,WNP1,WB,NX,NY,Mut,Taukk)** | | | |
| **Dimension** | **Variable Type** | **Description** | **Intent** |
|  |  |  | **Input** |
|  | Integer | Maximum **Dim**ension of Arrays | Dim |
|  | Integer | **N**umber of Existing **C**ells | NC |
|  | Integer | Index of 1st Non-Boundary **F**aces | NF1 |
|  | Integer | Index of Last Non-Boundary **F**aces | NF2 |
|  | Integer | **N**umber of **F**aces constructing grid | NF |
|  | Real(8) | **M**uch Number over **R**eynolds Number of **inf**inite Flow Characteristics | MR |
| (1:Dim) | Real(8) | **A**rea of each cell | A |
| (1: 4,1:Dim) | Integer | **I**nformation of **D**ata **S**tructured | IDS |
| (1:4,1:Dim) | Real(8) | Conservative Values at (N+1)th Time Step | WNP1 |
| (1:5,1:Dim) | Real(8) | Conservative Values and Pressure at **B**oundary Faces | WB |
| (1:Dim) | Real(8) | Normal Vectors of each Face | NX,NY |
|  |  |  | **Output** |
| (1:Dim) | Real(8) | Turbulent viscosity | Mut |
| (1:Dim) | Real(8) | Isotropic part of SGS Tensor | Taukk |

* 1. وظایف

در این زیربرنامه مقدار لزجت توربولانسی و همچنین تنش زیرشبکه ایزوتروپیک با استفاده از مدل اسماگورینسکی دینامیکی محاسبه می شود.

* 1. **توضیحات و تئوری­ها**

در روش شبیه سازی گردابه‎های بزرگ (LES) سعی می‌گردد تا با ارائه یک مدل سازی توربولانسی ، بخش‌های زیر شبکه پدیدار شده که ناشی از اعمال فیلتر هستند، مدل گردند. در جریان تراکم پذیر با اعمال فیلتر بر روی معادلات ناویر استوکس، دو بخش زیرشبکه که تاثیر بالاتری دارند، ظاهر می‌گردند. این بخش‌ها عبارتند از تانسور تنش زیرشبکه و شار حرارتی زیرشبکه. در اینجا سعی می‌گردد تا با استفاده از جریان حاکم، این دو بخش‌ مدل گردند.

* + 1. مدلسازی بخش‌های زیر شبکه

برای بسته شدن سیستم معادلات نیاز است تا روابطی برای مدل کردن بخش‌های زیرشبکه ارئه گردند. دو بخش‌ جدید بعد از فیلتر کردن معادلات ظاهر شدند که بخش‌ تنش زیرشبکه  در هر دو معادله مومنتم و انرژی حضور دارد و بخش شار حرارتی زیرشبکه در معادله انرژی پدیدار می‌گردد.

* + - 1. بخش غیر ایزوتروپیک (دیویاتوریک) تنش زیرشبکه ():

تنش‌های زیر شبکه بخش‌های بسته نشده هستند که باید برای آن‌ها مدل ارائه گردد. انواع مختلف مدل‌ها برای بیان نمودن این بخش‌ ارائه شده‌اند. مدل‌های ویسکوزیته گردابه‌ای[[1]](#footnote-1) سعی دارند تا تبادل انرژی را بین مقیاس‌های کوچک و بزرگ با استفاده از شبیه سازی فروریزش انرژی مرتبط با آبشار انرژی توربولانسی، باز تولید نمایند. اولین مدل و یکی از معروف ترین این مدل‌ها و رایج‌ترین آن‌ها مدل ارائه شده توسط اسماگورینسکی است که برای جریان تراکم ناپذیر ارئه شد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که  بیان کننده ویسکوزیته توربولانسی (سینماتیکی) و  تانسور نرخ کرنش است.

در روش اسماگورینسکی، ویسکوزیته توربولانسی از رابطه (‌2) محاسبه می‌گردد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که  برابر است با پهنای فیلتر شبکه و با حجم سلول رابطه مستقیم دارد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

همانطور که ذکر شد، روش اسماگورینسکی برای جریان‌های تراکم ناپذیر ارائه شده بود. بنابراین یوشیزاوا[[2]](#footnote-2) با استفاده از یک روش تقریبی اندرکنش مستقیم چند مقیاسی[[3]](#footnote-3)، یک مدل ویسکوزیته گردابه‌ای برای جریان‌های تراکم پذیر ارائه نمود. در روش یوشیزاوا بخش غیر ایزوتروپیک (دیویاتوریک) تنش باقیمانده (زیرشبکه) با استفاده از مدل اسماگورینسکی برای جریان تراکم ناپذیر مشخص می‌گردد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در هر دو روش ارائه شده توسط اسماگورینسکی و یوشیزاوا بخش  به یک ضریب ثابت اشاره می‌نماید. این ضریب با استفاده از روش‌های تئوری برای جریان آشفته ایزوتروپیک کاهنده (DIT) در حدود 0.17 تخمین زده می‌شود. توجه شود که  ویسکوزیته‌ی توربولانسی دینامیکی است.

یکی از بزرگترین مشکلات مدل اسماگورینسکی (و به تبع آن روش یوشیزاوا)، در ناحیه‌ی نزدیک دیوار است. به دلیل حضور گرادیان‌های شدید (حتی با استفاده از شبکه بندی بسیار ریز در ناحیه‌ی دیوار) در نزدیک دیوار، سبب پیدایش ویسکوزیته‌ی توربولانسی می‌گردد که منشا فیزیکی ندارد. این ویسکوزیته بزرگ می‌تواند سبب تبدیل جریان آشفته به جریان آرام گردند. همچنین از طرف دیگر در صورتی که جریان آرام باشد انتظار می‌رود که تنش توربولانسی به سمت صفر میل کند. اما در این روش‌ها تنها به صرف وجود تانسور کرنش، ویسکوزیته توربولانسی ظاهر می‌شود( حتی در جریان آرام).

همچنین مشخص شده است که مدل‌های زیر شبکه ویسکوزیته گردابه‌ای با یک ثابت کلی (اسماگورینسکی و یوشیزاوا) ، در مدل کردن درست انواع جریان‌های توربولانسی ناموفق هستند. این عدم توانایی به خصوص در مورد جریان‌های برشی، چرخشی، نواحی نزدیک دیوار و در رژیم‌های جریان گذرا بیش‌تر خود را نشان می‌دهد.

ژرمانو یک مدل ویسکوزیته گردابه‌ای ارائه نمود که در آن ضرایب به صورت دینامیکی بر اساس همانندسازی جبری بین تنش‌های توربولانسی زیرشبکه با دو پهنای فیلتر مختلف محاسبه می‌گردند. از جمله برتری‌های این روش می‌توان به ناپدید شدن ویسکوزیته توربولانسی در نواحی جریان لایه‌ای و همچنین رفتار درست در لایه مرزی توربولانسی نواحی نزدیک دیوار بدون نیاز به توابع میراکننده، اشاره نمود. این مدل همچنین توانایی مدل نمودن پدیده back-scatter (بازگشت انرژی از مقیاس‌های کوچک به بزرگ) را دارا می‌باشد. این مدل با استفاده از کوچک‌ترین مقیاس‌های مشخص شده برای مدل نمودن تنش توربولانسی زیر شبکه، ضریب ویسکوزیته گردابه‌ای را مشخص می‌نماید. در این مدل دو فیلتر متفاوت برای عملیات کانولوشن معرفی می‌گردند: فیلتر شبکه و فیلتر آزمایشی. مقادیر فیلتر شده خاصیت‌ها استفاده از هرکدام از این فیلتر‌ها به صورت معادلات (‌5) و (‌6) به دست می‌آیند:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

فرض برآن است که فیلتر آزمایشی دارای پهنای فیلتر بزرگتری از پهنای فیلتر شبکه  است. در واقع فیلتر آزمایشی به یک شبکه بندی درشت‌تر اشاره دارد. فیلتر کردن با فیلتر شبکه به صورت و فیلتر کردن با فیلتر آزمایشی با  نشان داده خواهد شد. تانسور تنش زیرشبکه با استفاده از فیلتر شبکه به صورت معادله (‌7) نشان داده می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در گام بعد اعمال فیلتر آزمایشی بر روی تانسور تنش زیرشبکه به دست آمده، نتیجه خواهد داد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

تانسور تنش مشخص شده (لئونارد) را می‌توان مطابق معادله (9) تعریف نمود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

 و  به ترتیب دارای بخش‌های مشخص نشده  و  می‌باشند. اما  را می‌توان با اعمال فیلتر آزمایشی بر روی زمینه مشخص شده به دست آورد. بر اساس مدل‌سازی اسماگورینسکی برای بخش غیر ایزوتروپیک تانسور تنش زیرشبکه در هر کدام از فیلترها می‌توان یک مدل ویسکوزیته گردابه‌ای ارائه نمود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

حال با تلفیق معادلات (‌10) و (‌11) و استفاده از معادله (9) می‌توان به دست آورد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

با استفاده از تقریب  می‌توان بیان نمود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

حال با تعریف تانسور خطا مطابق با معادله (14) و مرتبط کردن آن با تانسور کرنش مشخص شده  (معادله (15))، ژرمانو جواب معادله (15) را به عنوان ضریب  در نظر گرفت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

روش ارائه شده توسط ژرمانو می‌تواند مفید باشد. اما در زمانی که به سمت صفر میل می‌نماید مشکلاتی بروز پیدا می‌کند که از جمله می‌توان به بی نهایت شدن ضریب  اشاره نمود. بنابراین لیلی برای پرهیز از این مشکلات استفاده از روش حداقل مجذور را برای محاسبه‌ی ضریب  پیشنهاد داد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که نتیجه می‌دهد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در معادله (17) تانسور  را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

با استفاده از مدل ارائه شده توسط ژرمانو و بهبود داده شده توسط لیلی برای جریان تراکم ناپذیر، معین مدلی دینامیکی برای جریان تراکم پذیر ارائه نمود که مشابه معادله (‌4) می‌باشد با این تفاوت که ضریب  به صورت دینامیکی و بر اساس معادله (19) محاسبه می‌گردد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

* + - 1. بخش ایزوتروپیک تنش زیرشبکه ():

همان طور که عنوان شد، مدل‌های ارائه شده بخش دیویاتوریک تنش زیرشبکه را مدل می‌نمایند. بنابراین باید برای محاسبه‌ی بخش ایزوتروپیک تنش زیر شبکه به دنبال مدل جداگانه‌ای بود. در مدل یوشیزاوا بخش ایزوتروپیک تانسور تنش نیز به صورت مجزا مدل ‌شده است:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در روش دینامیکی معین، ضریب این جزء از تانسور تنش نیز به صورت دینامیکی مطابق معادله (‌23) تعریف می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که  و  و  بخش دیویاتوریک تانسور تنش لئونارد است.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

* + - 1. شار حرارتی زیرشبکه

با حضور بخش شار حرارتی زیر شبکه در معادله انرژی، برای مدل‌سازی این بخش نیاز به ارائه یک مدل وجود دارد. برای این امر بسیاری از محققان از فرضیه ایدسون[[4]](#footnote-4) استفاده می‌کنند که فرض می‌کند که انتقال انرژی از مقیاس‌های پدیدار شده به مقیاس‌های زیر شبکه با گرادیان‎های دمای پدیدار شده متناسب است. ضریب بیان کننده‌ی این نسبت، ضریب هدایتی زیر شبکه است که با استفاده از معادله (‌28) به ویسکوزیته زیر شبکه (گردابه‌ای) ارتباط پیدا می‌کند:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که  ضریب پرانتل زیر شبکه (توربولانسی) می‌باشد و در محدوده (0.9و 0.3) قرار می‌گیرد. بنابراین برای بخش شار حرارتی زیر شبکه می‌توان نوشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در روش دینامیکی که توسط معین ارائه شد ضریب پرانتل توربولانسی از طریق روش حداقل مجذور به صورت زیر محاسبه می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

* 1. بخش‌های زیر برنامه

در این بخش به آرایه‌های موقتی که در این زیر برنامه مورد نیاز هستند فضا اختصاص داده می‌شود.

1. **محاسبه مقادیر اسکالر با استفاده از مقادیر بقایی**

در این بخش با استفاده از مقادیر بقایی سلول های محاسباتی، مقادیر سرعت و مومنتوم در راستای دکارتی، محاسبه می‌گردند. این مقادیر عبارت است از:



1. محاسبه مقادیر فیلتر شده

مقادیر محاسبه شده در مرحله قبل جهت استفاده در بخش های بعدی با استفاده از فیلتر آزمایشی فیلتر می شود که برای اینکار از زیربرنامه LES\_Explicit\_Averaging3D استفاده می گردد. مقایر فیلتر شده بصورت زیر می باشد:



1. **محاسبه مقادیر روی اضلاع**

از آنجا که جهت محاسبه گرادیان ها به مقادیر روی اضلاع نیاز است در این بخش به محاسبه آنها پرداخته می شود که این مقادیر بصورت زیر است. در اینجا لازم است توجه شود که مقادیر فیلتر شده در اضلاع مرزی وجود ندارد و بطور ساده از مقادیر فیلتر نشده در این اضلاع بجای مقادیر فیلتر شده استفاده خواهد شد.



1. **محاسبه گرادیان‌ها**

در این بخش به محاسبه‌ی گرادیان‌های سرعت و سرعت فیلتر شده در جهت های مختلف با استفاده از زیر رنامه LES\_Cell\_Gradiant3D پرداخته می‌شود. این مقادیر بصورت زیر می باشد:



1. **محاسبه متغیرهای مربوط به سلول های محاسباتی**

در این بخش به محاسبه‌ی برخی از متغیرها که در ادامه از آنها استفاده خواهد شد پرداخته می شود که این مقادیر بصورت زیر است:



در ادامه به هر کدام از این موارد پرداخته خواهد شد.

1. **محاسبه تانسور‌های کرنش**

تانسور‌های کرنش  در این بخش محاسبه می‌گردند. این مقادیر در حالت دوبعدی و در مختصات دکارتی بصورت زیر می باشد:



1. **محاسبه بخش ایزوتروپیک و همچنین اندازه تانسور کرنش**

در این بخش با استفاده از  بخش ایزوتروپیک تانسور کرنش و همچنین اندازه تانسور کرنش  محاسبه می‌گردند. برای آن که برای خواننده گرامی ملموس شود که قانون جمع انیشتین دقیقا چگونه است داریم:



باز هم برای پرهیز از هر گونه اشتباه باید ذکر شود که .

1. **محاسبه تانسور‌های کرنش** **فیلتر شده**

تانسور‌های کرنش فیلتر شده  در این بخش محاسبه می‌گردند.

1. **محاسبه بخش ایزوتروپیک و همچنین اندازه تانسور کرنش بر اساس مقادیر فیلتر شده**

مقادیرذکر شده همانند بخش های فیلتر نشده محاسبه می گردد با این تفاوت که در اینجا از مقادیر فیلتر شده استفاده خواهد شد.

1. **محاسبه مقادیر تانسور تنش لئونارد **

با استفاده از معادله (19) مقادیر تنش لئونارد محاسبه می‌شوند. توجه شود که معادله (19) برای جریان تراکم ناپذیر است و در جریان تراکم پذیر باید چگالی نیز مورد محاسبه قرار بگیرد.



1. **محاسبه ویسکوزیته توربولانسی**

در این بخش به محاسبه ویسکوزیته توربولانسی پرداخته می‌شود. برای مطالعه بیشتر در این مورد به زیربرنامه مورد استفاده برای این منظور مراجعه شود.

1. **محاسبه بخش ایزوتروپیک تانسور تنش**

در این بخش به محاسبه بخش ایزوتروپیک تانسور تنش با استفاده از روابط زیر پرداخته می‌شود. برای مطالعه بیشتر در این مورد به زیربرنامه مورد استفاده برای این منظور مراجعه شود.

1. Eddy viscosity models [↑](#footnote-ref-1)
2. Yoshizawa [↑](#footnote-ref-2)
3. Multiscale direct-interaction approximation method [↑](#footnote-ref-3)
4. Eidson [↑](#footnote-ref-4)